

Análisis dinámico del comportamiento biomecánico del oído medio y de la membrana timpánica a través de la aplicación del método de los elementos finitos



Carolina Garbe	Estudiante de Master en Ingeniería Biomédica por la Facultad de Ingeniería de Porto, Porto, Portugal.
Fernanda Gentil	Doctora en Ciencias de Ingeniería por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Porto, Porto, Portugal.
Marco Parente	Doctor en Ingeniería Mecánica por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Porto, Porto, Portugal.
António Joaquim Mendes Ferreira	Doctor en Ingeniería Mecánica por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Porto, Porto, Portugal.
Renato Natal Jorge	Doctor en Ingeniería en Ingeniería Mecánica por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Porto, Porto, Portugal.

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo el análisis dinámico del comportamiento bio-mecánico del oído medio y de la membrana timpánica a través de la aplicación del método de los elementos finitos. Se construyó un modelo digital representativo del oído medio (membrana timpánica y cadena osicular), a través de imágenes de Tomografía Axial Computarizada. La discretización del modelo, usando el método de los elementos finitos, se llevó a cabo teniendo como base el programa ABAQUS. La membrana timpánica se consideró de dos formas: con una capa y dividida en tres capas, ésta segunda se considera la más próxima de lo real. Las propiedades mecánicas se retiraron de trabajos anteriores. Se analizó el comportamiento de la membrana timpánica para una excitación correspondiente al intervalo entre 100 Hz y 10 kHz. Se considero el nivel de presión sonora de 105 dB SPL (Sound Pressure Level). Como resultados, se obtuvieron los desplazamientos del umbo y del punto central de la platina del estribo. Los desplazamientos más grandes a nivel del umbo se encuentran próximos de 1kHz mientras que a nivel de la platina del estribo se aproximan de 500Hz. Podemos concluir que los resultados obtenidos con la membrana timpánica de tres capas son de amplitud superior a los resultados considerando la membrana timpánica con una capa y más cercanos a los resultados experimentales.

Palabras clave: Biomecánica; Oído Médio; Membrana Timpánica; Simulación por Computador.

Abstract

Dynamic analysis of the biomechanic behavior of the middle ear and tympanic membrane through the application of the finite element method

The aim of this paper is the dynamic analysis of the biomechanical behavior of the middle ear and the tympanic membrane through the application of the finite element method (FEM). A digital model representing the middle ear (tympanic membrane and ossicular chain) was built through CAT images. The discretization of the model using the finite element method was done based on the ABAQUS program. The tympanic membrane was considered in two ways: with one layer and divided into three layers. The latter is closer to the real situation. Mechanical properties were taken from previous works. The tympanic membrane behavior was analyzed for an excitation corresponding to the interval between 100 Hz and 10 kHz. The Sound Pressure Level considered was 105 dB. The results obtained were the umbo displacement and the central point of the footplate of the stapes. The largest displacements at the umbo level are found close to 1kHz, whereas at the level of the footplate of the stapes are closer to 500Hz. We can conclude that the results reached with the three layered tympanic membrane have higher amplitude than the results found considering the tympanic membrane with one layer, being closer to the experimental results.

Key words: Biomechanics; Middle Ear; Tympanic Membrane; Computer Simulation.

Análise dinâmica do comportamento biomecânico do ouvido médio e membrana timpânica através da aplicação do método dos elementos finitos

O presente trabalho tem como objectivo a análise dinâmica do comportamento biomecânico do ouvido médio e membrana timpânica através da aplicação do método dos elementos finitos. Construiu-se um modelo digital representativo do ouvido médio (membrana timpânica e cadeia ossicular), através de imagens de Tomografia Axial Computorizada. A discretização do modelo, usando o método dos elementos finitos, foi feita com base no programa ABAQUS. A membrana timpânica foi considerada de duas formas: com uma camada e dividida em três camadas, sendo esta segunda a mais próxima do real. As propriedades mecânicas foram retiradas de trabalhos anteriores. Analisou-se o comportamento da membrana timpânica para uma excitação correspondente ao intervalo entre 100 Hz e 10 kHz. Considerou-se o nível de pressão sonora de 105 dB SPL (Sound Pressure Level). Como resultados, obtiveram-se os deslocamentos do umbo e do ponto central da platina do estribo. Os maiores deslocamentos ao nível do umbo, se encontram próximos a 1kHz enquanto ao nível da platina do estribo se aproximam de 500Hz. Podemos concluir que os resultados obtidos com a membrana timpânica de três camadas são de amplitude superior aos resultados considerando a membrana timpânica com uma camada e mais perto de resultados experimentais.

Palavras-chave: *Biomecânica, Orelha Média; Membrana Timpânica; Simulação por Computador.*

INTRODUCCIÓN

El sistema auditivo se divide en periférico y central. El sistema auditivo periférico está formado por el oído externo, el oído medio y el oído interno y el sistema auditivo central está compuesto por el nervio y el córtex auditivo.¹⁻³

La función del sistema auditivo es esencialmente transformar las variaciones de presión originadas por la propagación de las ondas sonoras, recibidas por la membrana timpánica, en impulsos eléctricos en el oído interno. Estos impulsos son canalizados por el nervio auditivo al cerebro, transformándose en sensaciones auditivas.^{4,5} El oído externo (pabellón auricular y canal auditivo externo) es lo que capta y reconoce la energía sonora y la dirige al oído medio (membrana timpánica y osículos). En la membrana timpánica, los movimientos de presión y descompresión hacen que la energía sonora se transforme en energía mecánica, comunicándose entonces a la cadena osicular (martillo, yunque y estribo). Los osículos del oído medio están articulados de tal manera que los desplazamientos de uno de ellos interfiere indirectamente en el desplazamiento de los otros. El movimiento del mango del martillo determina también en el estribo un movimiento de encuentro con la ventana oval de la cóclea, haciendo que el movimiento vibratorio se propague por los líquidos del oído interno (vestíbulo, canales semicirculares y cóclea), transformando la energía mecánica en hidráulica. Las vibraciones, captadas por las terminaciones de las células nerviosas de la cóclea, son transformadas en impulsos hasta el cerebro, resultando en sensaciones sonoras.

La pérdida auditiva (hipoacusia) puede estar causada por varios factores, que pueden variar de los de origen genético (por ejemplo, un niño que nace con pérdida auditiva debido a la rubéola contraída por la madre) o no

genético (enfermedad inflamatoria, toxicidad, ruido, accidentes o lesiones). La sordera, caracterizada por la pérdida de la percepción de los sonidos, puede ser parcial o total, temporal o permanente. Cualquier hipoacusia puede limitar la vida de una persona, por lo tanto, todas las acciones que puedan atenuar esta dificultad resulta de gran interés e importancia. Para tal efecto, se llevó a cabo un análisis biomecánico de la membrana timpánica y de sus estructuras, así como de las relaciones que establece con la cadena osicular (martillo, yunque y estribo). Con esta percepción será más fácil simular algunas patologías, comparándolas con el oído normal y permitiendo un mejor pronóstico, pudiendo también auxiliar en la selección de prótesis más adecuadas.

Actualmente el Método de los Elementos Finitos es el más utilizado en el cálculo mecánico de sistemas exploratorios, como es el caso del oído medio humano. El Método de los Elementos Finitos puede entenderse como la modelación de un problema que involucra medios continuos, mediante el análisis de partes discretas de estos medios (sub-dominios), denominados elementos finitos (se unen entre sí en determinados puntos, llamados nudos) para los que es posible conocer una descripción matemática de su comportamiento. Este proceso de análisis estructurado de las partes del todo recibe el nombre de discretización (sub-división). La aplicación del Método de los Elementos Finitos pasa por solucionar un problema complejo a través de la solución secuencial y estructurada de un conjunto de problemas más sencillos y con solución matemática (exacta o aproximada), que agrupados conducen a una solución del problema global inicial. Este método puede aplicarse en el cálculo mecánico teniendo en cuenta la determinación de desplazamientos, deformaciones y tensiones.⁶⁻¹⁰

Los elementos pueden tener características unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales. En el caso de las aplicaciones bidimensionales, los elementos más usados tienen la forma triangular o cuadrangular, mientras que en los problemas tridimensionales los elementos son tetrahédricos o hexahédricos. La relación entre el sistema de fuerzas aplicadas sobre un elemento y los desplazamientos de nudos se realiza mediante un conjunto de coeficientes, coeficientes de rigidez debidamente organizados en una matriz, denominada matriz de rigidez. Para poder obtener el comportamiento mecánico de todo el dominio, estas matrices son debidamente agrupadas constituyéndose así la matriz de rigidez del dominio en análisis. Esta matriz constituirá la matriz de los coeficientes de un sistema de ecuaciones donde el vector de incógnitas corresponde al vector de desplazamientos nodales. Esta matriz constituirá la matriz de los coeficientes de un sistema de ecuaciones donde el vector de incógnitas es correspondiente al vector de desplazamientos nodales. En el caso de tratar un problema donde los coeficientes de rigidez dependan de los desplazamientos, el problema asume un carácter no lineal, solucionándose entonces por procesos interactivos.

A través de imágenes de tomografía axial computarizada (TAC) se constituyó un modelo digital 3D del oído medio y membrana timpánica.¹¹ La discretización del modelo fue realizada utilizando el método de los elementos finitos, teniendo como base el programa ABAQUS.¹² Las propiedades mecánicas fueron retiradas de trabajos anteriores.^{13,14} De este modo se obtuvieron los desplazamientos del umbo (parte central de la membrana timpánica y que corresponde al extremo del mango del martillo), y del punto central de la platina del estribo, para una gama frecuencial comprendida entre 100Hz y 10kHz, y para un nivel de presión sonora de 105 dB SPL.

Este trabajo presenta una metodología no invasiva que permite analizar el comportamiento biomecánico del oído medio humano a partir de una prueba de TAC. La presente técnica permitirá el proyecto de prótesis a medida para un paciente específico, debiendo utilizarse para ello las técnicas de telesalud, sin que sea necesario que el proyectista se ponga en contacto personalmente con el paciente.

OBJETIVOS

Objetivo General

El objetivo general de este trabajo es analizar el comportamiento dinámico del oído medio y membrana timpá-

nica mediante un estudio biomecánico usando como herramienta la aplicación del método de los elementos finitos.

Objetivos Específicos

- Estudio del funcionamiento de la transmisión del sonido por el oído medio;
- Crear un modelo del oído medio y membrana timpánica mediante imágenes de tomografía axial computarizada;
- Hacer la discretización del modelo con base en el Modelo de los Elementos Finitos, considerando la membrana timpánica de dos formas: con una capa y con tres capas;
- Simular el comportamiento vibro-acústico del oído medio utilizando una gama de frecuencia comprendida entre 100Hz y 10kHz, para un nivel de presión sonora de 105 dB SPL;
- Calcular los desplazamientos a nivel del umbo;
- Calcular los desplazamientos a nivel de un punto central de la platina del estribo;
- Comparar los resultados con los resultados de otros autores.

MATERIALES Y MÉTODOS

El modelo geométrico digital del oído medio que engloba la membrana timpánica y los osículos (martillo, yunque y estribo), fue construido teniendo como base la prueba de imagen conocida como tomografía axial computarizada.¹¹ Estas imágenes se obtuvieron de una mujer de 65 años con audición normal (Figura 1- izquierda). Debido al difícil reconocimiento de los contornos de las imágenes del oído medio, por su estructura y sobre todo, por su reducido tamaño, se recurrió a una metodología basada en la segmentación manual¹⁵, utilizando un programa de ordenador de Computer Aided Design (CAD) (Figura 1 - derecha).

Los contornos externos de las estructuras de un órgano seccionado fueron tratados como polígonos cerrados. Cada contorno constituyó un límite de puntos seleccionados del límite de cada objeto. Una vez extraídos todos los contornos de las secciones transversales, se realizó la reconstrucción entre ellos y, finalmente, se obtuvo el modelo geométrico tridimensional.

Usando el programa ABAQUS, se llevó a cabo la discretización de la membrana timpánica y osículos, generando, así,

la red de elementos finitos. La Figura 2 (A,B,C,D) demuestra la representación de la geometría utilizada en el modelo del oído medio junto con la red de elementos finitos. Posteriormente los osículos fueron unidos formando así la cadena osicular junto con la membrana timpánica. (Figura 2 – derecha).

La membrana timpánica fue discretizada de dos formas: con una capa y con tres capas (ésta última es la más próxima de lo real). La membrana timpánica de una capa está constituida por 3.722 elementos hexahédricos (tridimensionales) del tipo C3D8, totalizando 7.648 nudos. Por su vez para la membrana timpánica de tres capas, se

utilizaron 11.165 elementos hexahédricos del tipo C3D8, totalizando 15.295 nudos.

La membrana timpánica también fue dividida en dos partes (Figura 3): la *pars flaccida* (localizada en la parte superior y poco fibrosa) y la *pars tensa* (membrana propiamente dicha y responsable por su vibración). En relación a los osículos se optó utilizar elementos tetrahédricos del tipo C3D4, y no hexahédricos como en la membrana timpánica, por el hecho de que las geometrías son fuertemente irregulares. El martillo está formado por 18.841 elementos. El yunque por 39.228 elementos, y el estribo por 9.218 elementos.

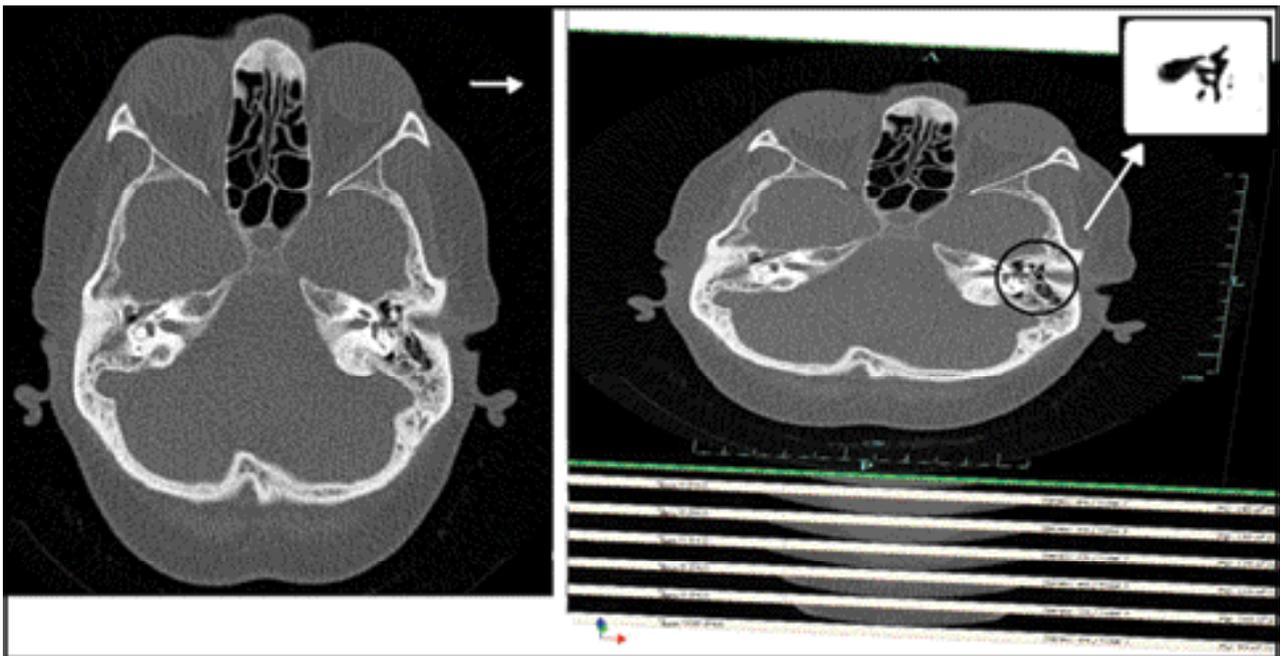


Figura 01 - Imagen axial 2D obtenida por TAC del oído medio.

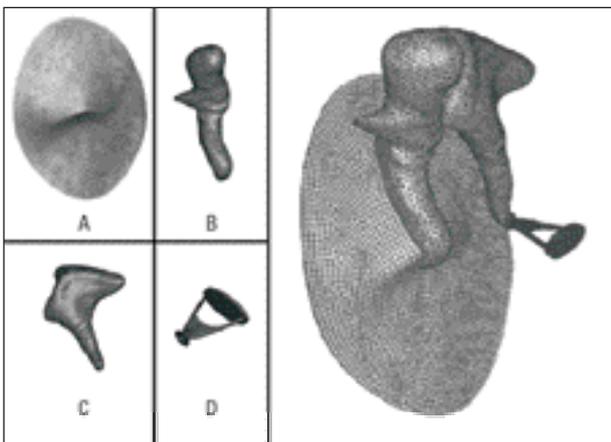


Figura 02 - Representación de la geometría y red de elementos finitos; A) membrana timpánica; B) martillo; C) yunque; D) estribo.

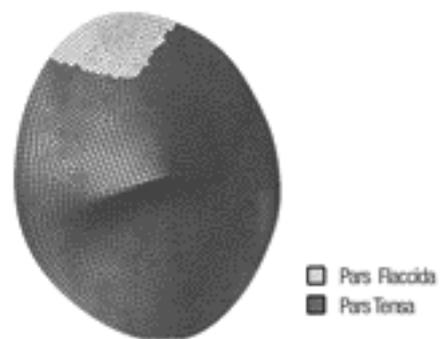


Figura 03 - Representación de la membrana timpánica: *pars tensa* y *pars flaccida*.

En este trabajo se utilizaron elementos unidimensionales para los ligamentos y tendones, en la medida en que el estado de tensión (y/o deformación) es uniaxial (sólo un eje).

Se aplicaron las respectivas propiedades de material para los diversos componentes del modelo, como el módulo de Young, coeficientes de Poisson, densidades y coeficientes de amortecimiento, basándose en trabajos publicados anteriormente.^{13,14} Algunas de estas propiedades están específicamente en la Tabla 1, donde E es el módulo de Young. El índice Θ indica dirección tangencial r y la dirección radial.

Cuando se considera la membrana timpánica con apenas una capa, las propiedades de la *pars tensa* se consideraron ortotrópicas.¹⁶ En la *pars tensa* de la membrana timpánica de tres capas, las capas 1 y 3 asumen las mismas propiedades isotrópicas de la *pars flaccida* y la capa 2 (central) contienen propiedades ortotrópicas, debido a las fibras que tiene.

Los osículos también fueron divididos en regiones según sus propiedades. El martillo fue dividido en 3 partes: cabeza, cuello y mango; el yunque en: cuerpo y dos apófisis, una corta y otra larga; el estribo asume las mismas propiedades en todas sus partes constituyentes (cabeza, cuello, cruras y platina).

Las uniones entre los osículos martillo/yunque y yunque/estribo fueron efectuadas a través de formulaciones matemáticas representativas de contacto^{12,17}, con un coeficiente de fricción igual a 0,9.¹⁸

Se atribuyeron las condiciones de frontera adecuadas, al nivel de la membrana timpánica, base del estribo, ligamentos y músculos. Los osículos están suspensos por ligamentos y músculos. La membrana timpánica se sujetó en toda su superficie simulando el surco timpánico. La platina del estribo, también se sujetó en toda su periferia, simulando el ligamento anular.

Basado en el modelo de Yeoh, se consideró que los ligamentos tenían un comportamiento no lineal hiper-elástico. Las constantes c_1 , c_2 e c_3 se obtuvieron de otra referencia.¹⁹

El modelo sirve de base para varias simulaciones a nivel dinámico, en una banda de frecuencia comprendida entre 100 Hz y 10 kHz, para varios valores de presión acústica, aplicados sobre la membrana timpánica. Sin embargo, este trabajo presentará los desplazamientos del umbo y de un punto central de la platina del estribo para un nivel de presión sonora de 105 dB SPL.

El nivel de presión sonora es correspondiente a la presión causada por la vibración, medida en un determinado punto. La escala de decibelios SPL define niveles sonoros

comparando las presiones sonoras, p , con una presión sonora de referencia, $p_0 = \mu\text{Pa}$, correspondiente al umbral de audibilidad y es dado por:

$$\text{SPL} = 20 \log \frac{p}{p_0}$$

Por lo tanto, resulta la excitación de la membrana timpánica con una presión de 3,56Pa equivalente a 105 dB SPL.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La simulación se llevó a cabo haciendo incidir sobre la membrana timpánica una presión sonora de 105 dB SPL. Se compararon los resultados, tanto en términos de desplazamientos del umbo como de la parte central de la platina del estribo, para frecuencias comprendidas entre 100Hz y 10kHz.

La Figura 4 y la Figura 5 presentan, respectivamente, los desplazamientos obtenidos al nivel del umbo y de un punto central de la platina del estribo, para la membrana timpánica considerada con una capa y para la membrana timpánica con tres capas. Estos resultados fueron comparados con los trabajos de Hironobu Kurokawa²⁰. El es-

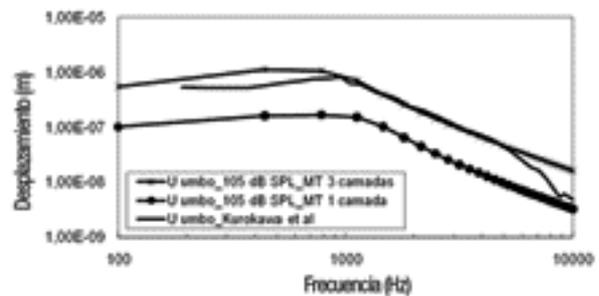


Figura 04 - Desplazamientos del umbo para un nivel de presión sonora de 105 dB SPL.

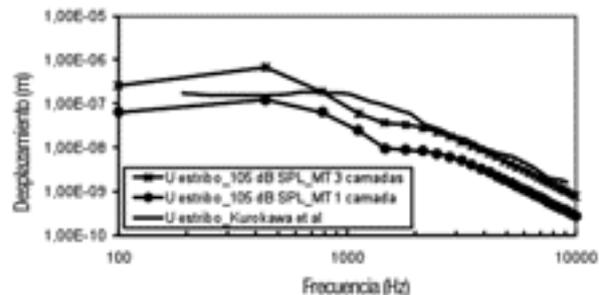


Figura 05 - Desplazamiento de la parte central de la platina del estribo para un nivel de presión sonora de 105dB SPL.

Tabla 1 - Propiedades de los materiales atribuidos al modelo 3D del oído medio.

Propiedades de los materiales							
		Densidad (Kg/m ³)	Modelo		Coefficiente de Poisson	Módulo de Young (N/m ²)	
Membrana Timpánica						E	
<i>Pars Flaccida</i>		1,20E+03	Elástica	Isotrópica	0,3	1,00E+07	
						E(θ)	
						E(r)	
II	Capa 1	1,20E+03	Elástica	Isotrópica	0,3	1,00E+07	1,00E+07
	Capa 2	1,20E+03		Ortotrópica		2,00E+07	3,20E+07
	Capa 3	1,20E+03		Isotrópica		1,00E+07	1,00E+07
<i>Pars Tensa - 1 capa</i>		1,20E+03		Ortotrópica		2,00E+07	3,20E+07
Osículos						E	
Martillo	Cabeza	2,55E+03	Elástica	Isotrópica	0,3	1,41E+10	
	Cuello	4,53E+03					
	Mango	3,70E+03					
Yunque	Cuerpo	2,36E+03					
	Corta	2,26E+03					
	Larga	5,08E+03					
Estribo		2,20E+03					
Ligamentos y Músculos					c1	c2	c3
L. superior del martillo		1,00E+03	Hiperelástica	Yeoh	6,31E+03	-1,00E+04	2,20E+06
L. lateral del martillo		1,00E+03			6,31E+03	-1,00E+04	2,20E+06
L. anterior del martillo		1,00E+03			7,34E+04	-3,74E+02	5,86E+05
L. posterior del yunque		1,00E+03			5,46E+04	-4,17E+04	1,25E+06
L. superior del yunque		1,00E+03			6,31E+03	-1,00E+04	2,20E+06
L. anular del estribo		1,00E+03			6,31E+03	-1,00E+04	2,20E+06
M. tensor del tímpano		1,00E+03			2,78E+04	-1,63E+04	6,35E+05
M. estapedio		1,00E+03			5,46E+04	-4,17E+04	1,25E+06

tudio de Kurokawa²⁰ (también para 105 dB SPL) revela los desplazamientos del umbo y de la platina del estribo con base en un método de medida en seis huesos temporales humanos, masculinos, con edades comprendidas entre 61 y 74 años, utilizando Laser Doppler Vibrometer.

En los resultados podemos ver que los desplazamientos obtenidos con la membrana timpánica de tres capas son de amplitud superior a los desplazamientos obtenidos con la membrana timpánica de una capa, tanto para el umbo, como para la platina del estribo. También se nota que los mayores desplazamientos a nivel del umbo ocurren para las frecuencias próximas de 1.000 Hz. Sin embargo, para el estribo, los mayores desplazamientos aparecen cerca de los 500 Hz.

También podemos observar que los resultados de los desplazamientos del umbo (Figura 4) con la membrana timpánica de tres capas se encuentran más próximos del resultado del otro autor en toda la gama frecuencial.

Para los desplazamientos de un punto central de la platina del estribo, los resultados experimentales de Kurokawa se encuentran muy próximos de los dos modelos de este trabajo, con una mayor profundidad en el modelo de tres capas tanto para las frecuencias agudas como para las medias y graves.

CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se investigó la aplicación del método de los elementos finitos en el estudio biomecánico del oído medio y membrana timpánica. Para ello, se utilizó un modelo computacional para la simulación biomecánica del oído medio humano.

Se indujo una excitación en la membrana timpánica correspondiente al intervalo entre 100 Hz y 10 kHz y la aplicación de la presión sonora de 105dB SPL. Los resultados

obtenidos, tanto al nivel del umbo como en la base del estribo, se compararon con los resultados experimentales de otro conocido en la literatura.

Se verifican algunas diferencias en los resultados obtenidos para los modelos con una sola capa y los modelos considerando las tres capas. El modelo basado en las tres capas causó un mayor movimiento de todo el sistema, tanto en el umbo como en la base del estribo, siendo tendencialmente la mayor diferencia para las frecuencias más graves, lo que permite concluir que la membrana timpánica en el modelo de las tres capas es más flexible. Los resultados obtenidos con el modelo de las tres capas se encuentran más próximos de los resultados obtenidos por el otro autor, lo que permite atribuir una mayor confianza en los resultados obtenidos para el modelo de las tres capas.

Este trabajo puede llevar a otros estudios, como la inclusión del oído externo y el oído interno, cavidad timpánica, simulación de patologías como perforaciones timpánicas, miringoesclerosis, timpanoesclerosis, otesclerosis, otitis, funcionamiento de la trompa de Eustaquio, así como la aplicación de prótesis parciales o totales del oído medio, contribuyendo así para futuros estudios relacionados con la rehabilitación auditiva.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación concedida por el Ministerio de Ciencia, Tecnología y Enseñanza Superior (FCT - Portugal), en el marco de los proyectos PTDC/EME-PME/81229/2006 y PTDC/SAU-BEB/104992/2008.

REFERENCES

- Netter FH. Interactive Atlas of Human Anatomy. Glendale: Ciba Med. Education & Publications; 1995.
- Testut L. *Traité d'anatomie humaine: organes des sens*. Paris: Doin; 1948. tome septième.
- Stanley WJ, Francone CA, Lossow WJ. *Anatomia e fisiologia humana*. Rio de Janeiro: Guanabara; 1990.
- Paparella MM, Shumrick DA. *Otorrinolaringología*. Buenos Aires: Médica Panamericana; 1982. p.196-212.
- Henrique LL. *Acústica musical*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002. 1130p.
- Argyris JH. Matrix displacement analysis of anisotropic shells by triangular elements. *J Roy Aero Soc*. 1965; 69. 801-5.
- Clough RW. The finite element method in plane stress analysis. In: *Proceedings of 2nd ASCE Conference on Electronic Computation*. Pittsburgh, Pa: ASCE; 1960.
- Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibration. *Bull Am Math*. 1943; 49. 1-23.
- Crisfield MA. *Finite elements and solution procedures for structural analysis*. UK: Linear analysis; 1986. v. 1
- Ferreira AJM. *Elementos finitos em Matlab*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian; 2007.
- Gentil F. *Estudo biomecânico do ouvido médio [tese]*. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; 2008.
- Abaqus. *Analyses User's Manual Version 6.5*. 2007.
- Prendergast PJ, Ferris P, Rice HJ, Blayney AW. Vibro-Acoustic Modelling of the Outer and Middle Ear using the Finite-Element Method. *Audiol Neurootol*. 1999 May-Aug; 4(3-4):185-91.
- Sun Q, Gan R, Chang K, Dormer K. Computer-integrated finite element modeling of human middle ear. *Biomechan Model Mechanobiol*. 2002; 1:109-22.
- Alexandre F, Fernandes AA, Jorge RN. 3D reconstruction of the middle eEar for FEM Simulation. *Simpósio Internacional CompIMAGE*. In: Tavares JMRS, Natal Jorge RM, editors. *Computational Modelling of Objects Represented in Images: fundamentals, methods and applications*, Coimbra: Outubro 2006. p. 181-4.
- Zienkiewicz OC, Cheung, YK. The finite element method for analysis of elastic isotropic and anisotropic slabs. *Proc Inst Civ Eng*. 1964; 28; 471-8.
- Wriggers P. *Computational contact mechanics*. Germany: John Wiley; 2002.
- Gentil F, Natal Jorge RM, Ferreira AJM, & al. Estudo do efeito do atrito no contacto entre os ossículos do ouvido médio. *Rev Int Méts Numér Cálculo y Diseño Ingen*. 2007; 23(2):177-87.
- Martins P, Natal Jorge RM, Ferreira AJM. A Comparative Study of Several Material Models for Prediction of Hyperelastic Properties: Application to Silicone-Rubber and Soft Tissues. *Strain*. 2006; 42:135-47.
- Kurokawa H, Goode R. Sound pressure gain produced by the human middle ear otolaryngology. *Head Neck Surg*. 1995; 113:349-55.